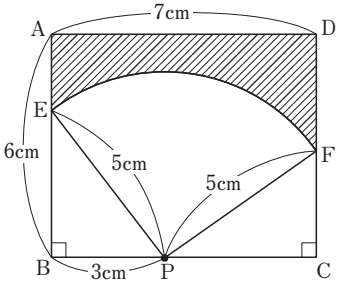
Standard

解答と解説 PART⑦

1. (1) 3cm　(2) $30-\frac{25}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

解説 (1) 図のように，点Pと点E，Fとをそれぞれ結ぶ。PC＝7−3＝4 だから，△FPC において三平方の定理より，FC＝$\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$(cm)

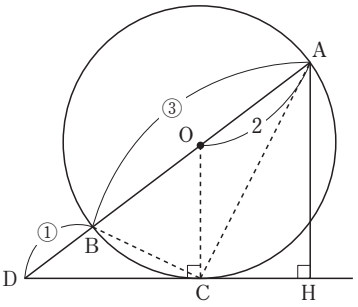


(2) 図で，(1)より，FC＝PB だから，△PCF と△EBP は，斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい直角三角形であり，△PCF≡△EBP これより，∠EPB＋∠FPC＝∠EPB＋∠PEB＝180°−90°＝90° だから，∠EPF＝180°−90°＝90°　よって，〔おうぎ形PFE〕＝$\pi\times5^2\times\frac{90^\circ}{360^\circ}=\frac{25}{4}\pi$　また，△EBP＝△PCF＝$\frac{1}{2}\times4\times3=6$,

〔長方形ABCD〕＝6×7＝42 より，求める斜線部分の面積は，$42-\left(\frac{25}{4}\pi+6\times2\right)=30-\frac{25}{4}\pi$ (cm²)

2. (1) $\frac{8}{3}$　(2) $\frac{16}{5}$　(3) $\frac{16}{5}$　(4) 12：5

解説 (1) 図のように，点Oと点Cを結ぶと，OC⊥DH より，△ODC は直角三角形である。また，AB＝2×2＝4，AB：BD＝3：1 より，4：BD＝3：1，BD＝$\frac{4}{3}$　よって，OD＝2＋$\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$ より，△ODC において，CD＝$\sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2-2^2}=\frac{8}{3}$



(2) 図の△ADH と△ODC において，∠AHD＝∠OCD＝90°，∠ADH＝∠ODC(共通)より，2組の角がそれぞれ等しいので，△ADH∽△ODC　よって，AD＝4＋$\frac{4}{3}=\frac{16}{3}$，OD＝$\frac{10}{3}$ より，AH：2＝$\frac{16}{3}$：$\frac{10}{3}$，AH＝$\frac{16}{5}$

(3) (1)，(2)より，△ADC＝$\frac{1}{2}\times\frac{8}{3}\times\frac{16}{5}=\frac{64}{15}$　AB：BD＝3：1 より，△ABC＝$\frac{3}{3+1}\times$△ADC＝$\frac{3}{4}\times\frac{64}{15}=\frac{16}{5}$

(4) ∠AHD＝∠OCD＝90° より，AH//OC となるから，DC：CH＝DO：OA＝$\frac{10}{3}$：2＝5：3　これより，△AHC＝$\frac{3}{8}$△ADH　また，△BCD＝$\frac{5}{8}$△BHD＝$\frac{5}{8}\times\frac{1}{4}$△ADH＝$\frac{5}{32}$△ADH

よって，△AHC：△BCD＝$\frac{3}{8}$△ADH：$\frac{5}{32}$△ADH＝12：5