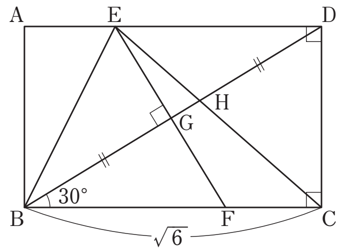
Standard

解答と解説

PART⑥

1. (1) $\dfrac{\sqrt{42}}{3}$　(2) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　(3) $\dfrac{4\sqrt{3}}{15}$

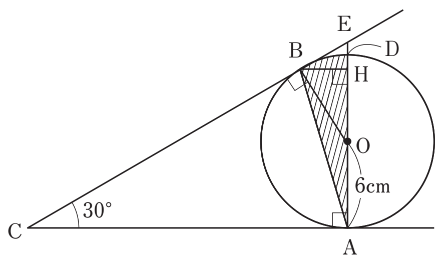


解説♪　(1) 図の△DBCは，∠CBD＝30°，∠BCD＝90°より，3辺の比が1：2：$\sqrt{3}$の直角三角形だから，DC＝$\dfrac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{6}$＝$\sqrt{2}$，BD＝$2\times\sqrt{2}$＝$2\sqrt{2}$　これより，GD＝$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}$＝$\sqrt{2}$で，∠ADB＝∠CBD＝30°，∠EGD＝90°より，△EGDも3辺の比が1：2：$\sqrt{3}$の直角三角形だから，ED＝$\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times\sqrt{2}$＝$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　よって，△ECDで三平方の定理より，CE＝$\sqrt{\left(\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2+(\sqrt{2})^2}$＝$\dfrac{\sqrt{42}}{3}$

(2) △FGB≡△EGDだから，(1)より，BF＝ED＝$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　よって，△BFE＝$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\times\sqrt{2}$＝$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

(3) ED∥BCより，△HDE∽△HBCだから，HD：HB＝ED：CB＝$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$：$\sqrt{6}$＝2：3　よって，△BCH＝$\dfrac{3}{2+3}$△DBC＝$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{2}$＝$\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$　また，△FGBは3辺の比が1：2：$\sqrt{3}$の直角三角形で，(1)よりGB＝GD＝$\sqrt{2}$で，FG＝$\dfrac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{2}$＝$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$となるから，△FGB＝$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{6}}{3}$＝$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　以上より，〔四角形GFCH〕＝$\dfrac{3\sqrt{3}}{5}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$＝$\dfrac{4\sqrt{3}}{15}$

2. (1) 15°　(2) $4\sqrt{3}-6$cm　(3) $9+3\pi$ cm²



解説♪　(1) 円の接線は，その接点を通る半径に垂直なことを利用する。図で，∠AOBの大きさは，四角形AOBCの内角の和より，∠AOB＝360°－30°－90°－90°＝150°　よって，△OBAはOA＝OBの二等辺三角形より，∠BAD＝∠ABO＝(180°－150°)÷2＝15°

(2) 図の△OEBにおいて，∠OBE＝90°，△CAEで∠CEA＝180°－30°－90°＝60°　したがって，△OEBは3辺の比が1：2：$\sqrt{3}$の直角三角形である。これより，OE＝$\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times6$＝$4\sqrt{3}$となるから，DE＝$4\sqrt{3}-6$(cm)

(3) 図の斜線部分は，△OBAとおうぎ形ODBに分けられる。(2)より∠BOE＝30°だから，点BからOEに垂線BHを引くと，△BOHにおいて，BH＝$\dfrac{1}{2}\times6$＝3となるから，△OBA＝$\dfrac{1}{2}\times6\times3$＝9　また，〔おうぎ形ODB〕＝$\pi\times6^2\times\dfrac{30°}{360°}$＝$3\pi$　よって，求める面積は，$9+3\pi$ cm²