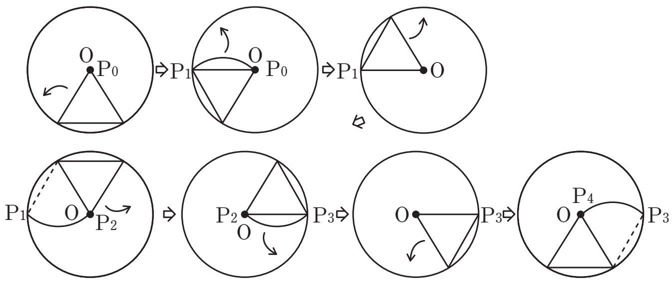
Standard

解答と解説

PART③

1. $\dfrac{4}{3}\pi\,\text{cm}$

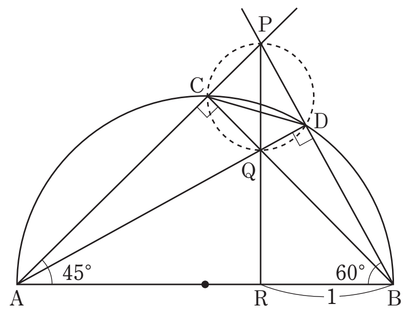
解説♪ 点Pは図のように動く。円の中心をOとし，点Pの位置を順にP_0，P_1，P_2，P_3，P_4とする。点Pが動いた道のりは，$\overset{\frown}{P_0P_1}+\overset{\frown}{P_1P_2}+\overset{\frown}{P_2P_3}+\overset{\frown}{P_3P_4}$で表される。正三角形の内角はみな60°だから，この4つの弧は半径1cm，中心角60°のおうぎ形の弧になる。よって，



点Pが動いた道のりは，$\left(2\pi\times1\times\dfrac{60°}{360°}\right)\times4=\dfrac{4}{3}\pi$ (cm)

2. (1) 105°　(2) 解説参照　(3) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

解説♪ (1) 線分ABは半円の直径だから，∠ACB＝∠ADB＝90°　よって，∠PCQ＝∠PDQ＝90°　また，△PABにおいて，∠APB＝180°－45°－60°＝75°　したがって，四角形PCQDにおいて，∠CQD＝360°－90°×2－75°＝105°



(2) (1)より∠PDQ＝90°だから，△QAR∽△QPDであることが証明できれば，∠ARQ＝∠PDQ＝90°より，PR⊥ABとなる。

証明 (例)△QARと△QPDにおいて，

∠AQR＝∠PQD(対頂角)……①

点Cと点Dを結ぶと，

∠BAD＝∠BCD($\overset{\frown}{BD}$に対する円周角)……②

また，仮定より，∠PCQ＝∠PDQ＝90°だから，点C，点Dは線分PQを直径とする円の周上にある。

よって，∠QCD＝∠QPD($\overset{\frown}{QD}$に対する円周角)……③

②，③より，∠QAR＝∠QPD……④

①，④より，2組の角がそれぞれ等しいから，

△QAR∽△QPD

よって，∠ARQ＝∠PDQ＝90°

したがって，PR⊥AB

(3) (2)よりPR⊥ABであり，∠PBR＝60°だから，△PRBは3辺の比が$1:2:\sqrt{3}$の直角三角形である。よって，$PR=\sqrt{3}\times1=\sqrt{3}$　また，∠PAR＝45°より，△PARは直角二等辺三角形だから，$AR=PR=\sqrt{3}$　よって，$AB=1+\sqrt{3}$　さらに，△CABも直角二等辺三角形だから，$AC=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times(1+\sqrt{3})=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$