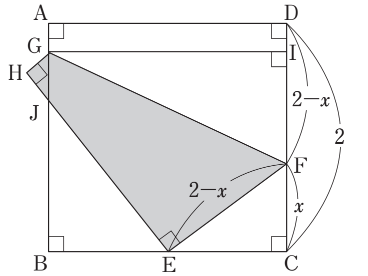
Standard

解答と解説
PART②

1. (1)　5：3　　(2)　$\sqrt{5}$　　(3)　$\frac{3}{2}$

解説♪　(1)　図のように，FC$=x$とすると，折り返した辺の長さは等しいから，EF$=$DF$=2-x$と表せる。また，EC$=\frac{1}{2}$BC$=\frac{1}{2}\times2=1$　よって，△EFCで三平方の定理より，$x^2+1^2=(2-x)^2$が成り立つ。これを解いて，$x^2+1=4-4x+x^2$，$4x=3$，$x=\frac{3}{4}$

したがって，DF$=2-\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$より，DF：FC$=\frac{5}{4}：\frac{3}{4}=5：3$



(2)　図のように，点Gから辺DCに垂線GIを引くと，△GIFで三平方の定理より，FG$=\sqrt{\mathrm{GI}^2+\mathrm{IF}^2}$となり，GI$=AD=2$だから，線分IFの長さがわかれば線分FGの長さを求めることができる。DI$=$AG$=$HGに着目し，辺ABと辺HEの交点をJとすると，<u>△FCE∽△EBJ∽△GHJ</u>※であり，(1)よりこれらの三角形の3辺の長さの比は，FC：EC：EF$=\frac{3}{4}：1：\frac{5}{4}=3：4：5$　よって，JE$=\frac{5}{3}$EB$=\frac{5}{3}\times1=\frac{5}{3}$となり，JH$=HE-JE=2-\frac{5}{3}=\frac{1}{3}$だから，HG$=\frac{3}{4}JH=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$　したがって，DI$=$AG$=$HG$=\frac{1}{4}$となり，IF$=$DF$-$DI$=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}=1$　以上より，FG$=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

※　まず，△FCEと△EBJで，∠FCE$=$∠EBJ$(=90°)$　また，∠CFE$=180°-$∠C$-$∠FEC$=90°-$∠FEC，∠BEJ$=180°-$∠FEH$-$∠FEC$=90°-$∠FECだから，∠CFE$=$∠BEJ　よって，2組の角がそれぞれ等しいので，△FCE∽△EBJ……①
次に，△EBJと△GHJで，∠EBJ$=$∠GHJ$(=90°)$　対頂角だから，∠EJB$=$∠GJH　よって，△EBJ∽△GHJ……②　①，②より，△FCE∽△EBJ∽△GHJ

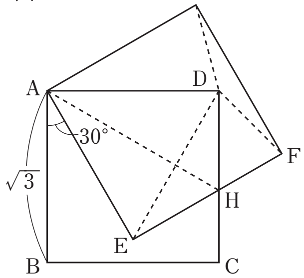
(3)　図形EFGHは，四角形DFGAを折り返したものだから，HG//EFの台形である。(1)，(2)より，EF$=\frac{5}{4}$，HG$=\frac{1}{4}$だから，その面積は，$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{4}\right)\times2=\frac{3}{2}$

2. (1) $\sqrt{3}$　(2) 150°　(3) $\sqrt{3}$

解説♪ (1) 図1のように，線分AHを引くと，△AHEと△AHDについて，AH＝AH，AE＝AD＝$\sqrt{3}$，∠AEH＝∠ADH＝90°より，直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので，△AHE≡△AHD　よって，∠DAE＝90°－∠BAE＝90°－30°＝60°より，∠EAH＝∠DAH＝$\frac{1}{2}$×60°＝30°であるから，△AHEと△AHDは，ともに3辺の比が1：2：$\sqrt{3}$の直角三角形となる。これより，HE＝$\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3}$＝1だから，四角形AEHDの面積は，

2△AHE＝2×$\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1=\sqrt{3}$

図1



(2) 図1のように，線分DE，DF，DGを引くと，(1)より，∠DAE＝60°，AE＝ADなので，△ADEは正三角形となる。よって，∠ADE＝60°　また，△AGDと△EFDは，AD＝AG＝ED＝EF，∠GAD＝∠FED＝90°－60°＝30°より，合同な二等辺三角形となるから，∠EDF＝∠ADG＝(180°－30°)÷2＝75°　したがって，∠GDF＝360°－(60°＋75°＋75°)＝150°

(3) 図2のように，辺ADの延長と辺FGの交点をJとすると，AE∥GFより，IE：GI＝AE：JGとなる。(2)より，∠GAD＝30°なので，△AGJは3辺の比が1：2：$\sqrt{3}$の直角三角形であり，

JG＝$\frac{1}{\sqrt{3}}$AG＝$\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3}$＝1　よって，IE：GI＝$\sqrt{3}$：1より，

$\frac{IE}{GI}=\sqrt{3}$

図2