

Challenge

解答と解説

PART 7

1. (1) 4cm (2) $\frac{52}{17}$ cm (3) $r = \frac{52}{4n+9}$

解説 ▶

(1) 図1のように、円の中心をO、直角三角形をABC、円Oと直角三角形ABCの接点をP、Q、Rとする。また、円の半径をxcmとする。四角形APORは正方形だから、AP=AR=x また、 $\triangle OBQ \equiv \triangle OBP$ 、 $\triangle OCQ \equiv \triangle OCR$ だから、BQ=BP=24-x、CQ=CR=10-x よって、 $BC = (24-x) + (10-x) = 34-2x$ ここで、 $BC = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26$ だから、 $34-2x=26$ より、 $x=4$ (cm)

(2) 図2のように、2つの円の中心をO₁、O₂とし、円O₁、O₂と辺BCの接点をそれぞれD、E、円O₁、O₂の半径をycmとする。図2の $\triangle O_1BD$ と図1の $\triangle OBQ$ は相似で、(1)よりBQ=24-4=20だから、BD:O₁D=BQ:OQ=20:4=5:1 よって、BD=5O₁D=5y 同様に、図2の $\triangle O_2CE$ と図1の $\triangle OCQ$ は相似で、QC=10-4=6より、EC:O₂E=QC:OQ=6:4=

3:2だから、 $EC = \frac{3}{2}O_2E = \frac{3}{2}y$ また、DE=O₁O₂=2yだから、 $BC = BD + DE + EC = 5y + 2y + \frac{3}{2}y = \frac{17}{2}y$ したがって、 $\frac{17}{2}y = 26$ より、 $y = \frac{52}{17}$ (cm)

(3) 図3のように、n個の円の中心をS₁、S₂、……、S_nとし、円S₁、S_nと辺BCの接点をそれぞれF、Gとする。(2)と同様にして、BF=5S₁F=5r、GC= $\frac{3}{2}S_nG = \frac{3}{2}r$ 、FG=S₁S_n=r+2r(n-2)+r=2nr-2r だから、 $BC = 5r + 2nr - 2r + \frac{3}{2}r = \frac{4n+9}{2}r$ よって、

$\frac{4n+9}{2}r = 26$ これをrについて解くと、 $r = \frac{52}{4n+9}$

図1

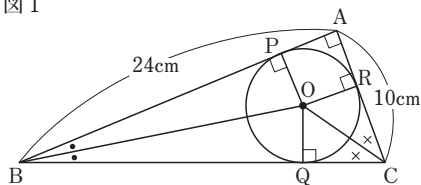


図2

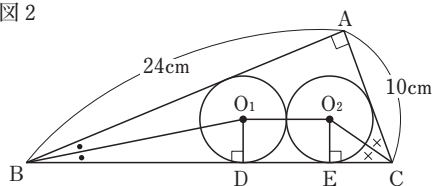


図3

