Challenge

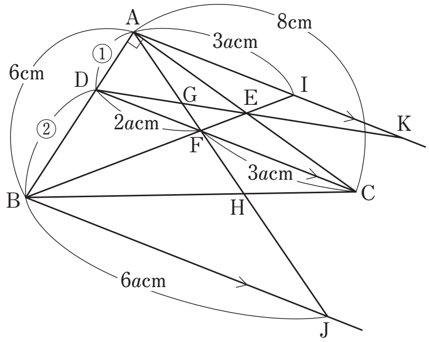
解答と解説

PART⑤

1. (1) 4：3　(2) $\dfrac{8}{5}$cm^2　(3) $\dfrac{48}{5}$cm^2

(4) 15：6：14

解説♪ (1) 図のように，点A，Bからそれぞれ線分DCに平行な直線を引き，この平行線と，線分BE，AHの延長との交点をそれぞれI，Jとする。△ADF∽△ABJより，DF：BJ＝AD：AB＝1：3　△BDF∽△BAIより，DF：AI＝BD：BA＝2：3　よって，DF＝$2a$(cm)とおくと，BJ＝$3\times2a=6a$，AI＝$\dfrac{3}{2}\times2a=3a$　さらに，△AIE≡△CFEより，CF＝AI＝$3a$と表せる。したがって，△ADF＝$\dfrac{2a}{3a}$×△AFC＝$\dfrac{2}{3}$△AFC，△AEF＝$\dfrac{1}{2}$△AFCより，△ADF：△AEF＝$\dfrac{2}{3}$△AFC：$\dfrac{1}{2}$△AFC＝4：3



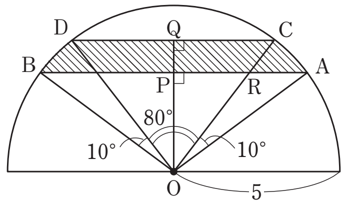
(2) △DEF＝$\dfrac{2a}{2a+3a}$×△DEC＝$\dfrac{2}{5}$△DECで，AD＝$\dfrac{1}{3}\times6=2$，EC＝$\dfrac{1}{2}\times8=4$より，△DEC＝$\dfrac{1}{2}\times4\times2=4$　よって，△DEF＝$\dfrac{2}{5}\times4=\dfrac{8}{5}$(cm^2)

(3) △BCF＝$\dfrac{3}{5}$△BCDで，BD＝$6-2=4$，AC＝8より，△BCD＝$\dfrac{1}{2}\times4\times8=16$　よって，△BCF＝$\dfrac{3}{5}\times16=\dfrac{48}{5}$(cm^2)

(4) 図のように，直線AIと直線DEとの交点をKとすると，△AIE≡△CFEよりIE＝FEだから，△DEF≡△KEIとなり，KI＝DF＝$2a$　また，△AGK∽△FGDだから，AG：FG＝AK：FD＝$(3a+2a)$：$2a$＝5：2より，AG＝$\dfrac{5}{7}$AF，GF＝$\dfrac{2}{7}$AF　一方，DF//BJより，AF：FJ＝AD：DB＝1：2だから，FJ＝2AF　さらに，△FHC∽△JHBだから，FH：JH＝FC：JB＝$3a$：$6a$＝1：2より，FH＝$\dfrac{1}{3}$FJ　よって，FH＝$\dfrac{1}{3}$×2AF＝$\dfrac{2}{3}$AF　以上より，AG：GF：FH＝$\dfrac{5}{7}$AF：$\dfrac{2}{7}$AF：$\dfrac{2}{3}$AF＝15：6：14

2. $\frac{25}{18}\pi$

解説♪　図のように，4点A，B，C，Dを定め，点Oを通り弦ABと垂直に交わる直線と，弦AB，弦CDとの交点をそれぞれP，Q，弦ABと半径OCの交点をRとする。△OAPと△COQにおいて，∠APO＝∠OQC＝90°　また，∠COQ＝80°÷2＝40°より，∠AOP＝40°＋10°＝50°，∠OCQ＝180°－90°－40°＝50°だから，∠AOP＝∠OCQ　さらに，OA＝CO　よって，直角三角形の斜辺と1鋭角がそれぞれ等しいので，△OAP≡△COQ



これら2つの三角形からそれぞれ△OPRを除いた部分の面積も等しいので，△OAR＝〔四角形PQCR〕　これらにそれぞれ図形ACRを加えても面積は等しいので，〔おうぎ形OAC〕=〔図形ACQP〕　同様にして，〔おうぎ形OBD〕＝〔図形BDQP〕　以上より，求める斜線部分の面積は，おうぎ形OACとおうぎ形OBDの面積の和となる。この2つのおうぎ形は，半径が5，中心角が10°だから，求める面積は，$\pi\times5^2\times\frac{10°}{360°}\times2=\frac{25}{18}\pi$