

1. (1) 10cm (2) $PQ=5\text{cm}$, $PS=\sqrt{31}\text{cm}$

(3) $SQ=\sqrt{85}\text{cm}$ 面積 $\cdots 9\sqrt{21}\text{cm}^2$

解説

(1) 正六角形は6つの合同な正三角形に分けられるから、 $GJ=3\times 2=6$ また、 $AG=8$ だから、 $\triangle AGJ$ で三平方の定理より、 $AJ=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$

(2) 図1の2つの線分PQ, AJは切り口の平面上にあり、それぞれ平行な2平面BHIC, AGJD上にあるから、 $PQ\parallel AJ$ よって、点Qから辺BHに垂線QQ'を引くと、 $\triangle PQ'Q\sim\triangle AGJ$ となり、 $PQ:AJ=Q'Q:GJ$ より、 $PQ:10=3:6$ が成り立つ。これを解いて、 $PQ=5(\text{cm})$ 次に、点Sから辺BHに垂線SS'を引き、直角三角形PSS'をつくる。PQ':AG=Q'Q:GJより、 $PQ':8=3:6$, $PQ'=4$ よって、 $Q'H=BH-BP-PQ'=8-3-4=1$

また、 $\triangle ASF\sim\triangle JQI$ より、 $SF=QI=Q'H=1$ だから、 $BS'=SF=1$ であり、 $S'P=3-1=2$ さらに、 $S'S=BF=\sqrt{3}BC=3\sqrt{3}$ したがって、 $\triangle PSS'$ で三平方の定理より、 $PS=\sqrt{2^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{31}(\text{cm})$

(3) 図2のように、点Sから辺BH, 辺CIにそれぞれ垂線SS', STを引く。まず、 $S'S=BF=3\sqrt{3}$ だから、 $\triangle PSS'$ で三平方の定理より、 $S'P=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=3$ これより、 $TQ=S'Q=S'P+PQ'=3+4=7$ また、 $TS=CF=6$ だから、 $\triangle STQ$ で三平方の定理より、 $SQ=\sqrt{7^2+6^2}=\sqrt{85}(\text{cm})$

次に、切り口の六角形APQJRSは、対角線SQで合同な2つの四角形に分けられる。 $\triangle ABP\sim\triangle STQ$ だから、 $AP:SQ=AB:ST$ より、 $AP:\sqrt{85}=3:6$,

$AP=\frac{\sqrt{85}}{2}$ また、 $BS'=FS=HQ'$, $S'Q'=7$ より、 $BS'=FS=HQ'=(8-7)\div 2=\frac{1}{2}$ だから、 $\triangle ASF$ で、 $AS=\sqrt{3^2+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{37}}{2}$ さらに、 $AP\parallel SQ$ だから、四角形APQSは図3のような台形になる。図3で、2点

A, Pから辺SQにそれぞれ垂線AU, PVを引くと、 $UV=AP=\frac{\sqrt{85}}{2}$ $AU=PV=x(\text{cm})$, $US=y(\text{cm})$ とおくと、 $QV=\sqrt{85}-\frac{\sqrt{85}}{2}-y=\frac{\sqrt{85}}{2}-y$ よって、 $\triangle AUS$ で、 $x^2+y^2=(\frac{\sqrt{37}}{2})^2$ より、 $x^2+y^2=\frac{37}{4}$① $\triangle PQV$ で、

図1

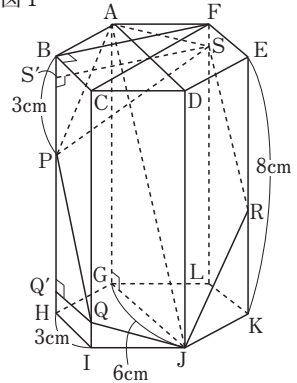


図2

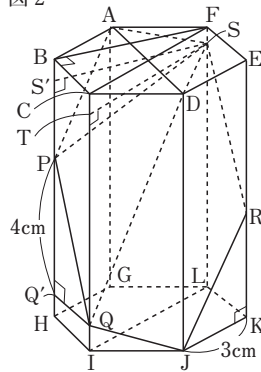
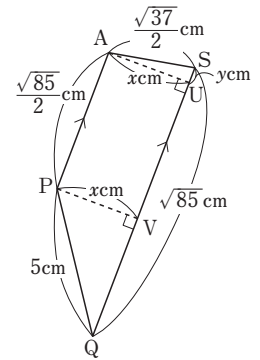


図3



$x^2 + \left(\frac{\sqrt{85}}{2} - y\right)^2 = 5^2$ より, $x^2 + y^2 - \sqrt{85}y + \frac{85}{4} = 25 \dots \dots \textcircled{2}$ ①を②に代入すると, $\frac{37}{4} - \sqrt{85}y + \frac{85}{4} = 25$, $y = \frac{11}{2\sqrt{85}}$ これを①に代入して, $x^2 + \left(\frac{11}{2\sqrt{85}}\right)^2 = \frac{37}{4}$, $x^2 = \frac{756}{85}$ より, $x = \frac{6\sqrt{21}}{\sqrt{85}}$ したがって, 台形APQSの面積は $\frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{85}}{2} + \sqrt{85}\right) \times \frac{6\sqrt{21}}{\sqrt{85}} = \frac{9\sqrt{21}}{2}$ となるので, 切り口の六角形APQJRSの面積は, $\frac{9\sqrt{21}}{2} \times 2 = 9\sqrt{21} \text{ (cm}^2\text{)}$