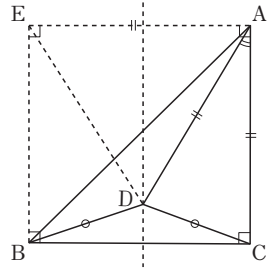


1. 30°

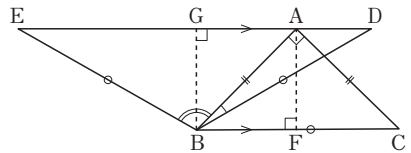
解説 図のように、3点A, B, Cを頂点にもつ正方形AEBCをつくる。このとき、 $AD=AC=AE$ また、 $BD=CD$ より、点Dは辺BCの垂直二等分線上にあり、辺BCの垂直二等分線は辺AEの垂直二等分線でもあるから、 $AD=ED$ よって、 $AE=AD=ED$ となるから、 $\triangle ADE$ は正三角形で、 $\angle EAD=60^\circ$ となり、 $\angle DAC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$



2. $\angle ABD=15^\circ$, $\angle ABE=105^\circ$

解説 $\triangle ABC$ は直角二等辺三角形で、 $ED \parallel BC$ だから、図のように、点A, Bからそれぞれ辺BC, DEに垂線AF, BGを引くと、 $\triangle ABF$ と $\triangle ACF$ と $\triangle ABG$ は合同な直角二等辺三角形となる。よって、 $GB=FB=FC$ となるので、 $GB:BD=GB:BC=1:2$ これより、 $\triangle BDG$ は3辺の比が $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形であるから、

$\angle GDB=30^\circ$ $GD \parallel BC$ より、 $\angle DBC=\angle GDB=30^\circ$ また、 $\angle ABC=45^\circ$ だから、 $\angle ABD=45^\circ-30^\circ=15^\circ$
一方、 $\angle GBD=60^\circ$ で、 $\triangle BDG \cong \triangle BEG$ だから、 $\angle DBE=60^\circ \times 2=120^\circ$ よって、 $\angle ABE=120^\circ-15^\circ=105^\circ$



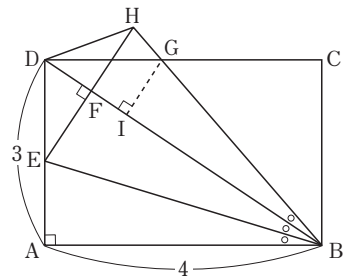
3. (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{27}{13}$ (3) 243 : 35

解説 (1) $\triangle FED \sim \triangle ABD$ より、 $EF:BA=FD:AD$ が成り立つ。ここで、 $BD=\sqrt{4^2+3^2}=5$ より、 $FD=BD-FB=BD-AB=5-4=1$ だから、 $EF:4=1:3$ これより、 $3EF=4$, $EF=\frac{4}{3}$

(2) 図のように、点Gから対角線BDに垂線GIを引く。 $\angle GID=\angle DAB=90^\circ$, $\angle GDI=\angle DBA$ より、 $\triangle IDG \sim \triangle ABD$ で、(1)より $\triangle ABD$ は3辺の長さが3, 4, 5の直角三角形だから、 $\triangle IDG$ の3辺の比は3:4:5となる。ここで、 $GD=x$ とすると、 $DI=$

$\frac{4}{5}GD=\frac{4}{5}x$, $GI=\frac{3}{5}GD=\frac{3}{5}x$ また、 $\angle GIB=\angle EFB=90^\circ$, $\angle IBG=\angle FBE$ より、 $\triangle IBG \sim \triangle FBE$ よって、

$GI:EF=IB:FB$ より、 $\frac{3}{5}x:\frac{4}{3}=(5-\frac{4}{5}x):4$ が成り立つ。これを解くと、 $\frac{3}{5}x \times 4 = \frac{4}{3}(5-\frac{4}{5}x)$ より、 $x=$



$$\frac{25}{13} \text{となるから, } CG = CD - GD = 4 - \frac{25}{13} = \frac{27}{13}$$

$$(3) \text{ HF} = \text{EF} = \frac{4}{3}, \text{ BD} = 5, \text{ GD} = \frac{25}{13} \text{だから, } \triangle \text{DGH} = \triangle \text{BDH} - \triangle \text{BGD} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{25}{13} \times 3 = \frac{35}{78} \text{ ま}$$

$$\text{た, } CG = \frac{27}{13} \text{だから, } \triangle \text{BCG} = \frac{1}{2} \times \frac{27}{13} \times 3 = \frac{81}{26} \text{ よって, } \triangle \text{BCG} : \triangle \text{DGH} = \frac{81}{26} : \frac{35}{78} = 243 : 35$$